概率论（H）2023-2024 秋冬小测

2023 年 10 月 31 日 13:25–14:25

1. (a) 设事件 $P(A)=0.5, P(B)=0.3, P(A\cup B)=0.6$，求 $P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)$.

   (b) 已知 $(A\cup\overline{B})(\overline{A}\cup\overline{B})+\overline{(A\cup B)}+\overline{\overline{A}\cup B}=C$，且 $P(C)=0.2$，试求 $P(B)$.

2. 老师给学生们布置 10 道习题，某同学能解出其中 7 道习题. 期中考试从中随机选择 5 道题，求

   (a) 该同学能解出所有 5 道考试题的概率.

   (b) 至少能解出其中 4 道题的概率.

3. 设有两批数量相同的零件，已知有一批产品全部合格，另一批产品有五分之一不合格，从两批产品中任取 1 只，经检验是正品，放回原处，并从原所在批次再取 1 只，求这只产品是次品的概率.

4. 甲、乙两人比赛羽毛球，最终甲赢，比分为 21:17，求全程甲都领先于乙的概率.

2023 年 11 月 28 日 13:25–14:25

1. 假设 X 的分布函数如下：

$$F(x)=\begin{cases} x/4 & 0\leqslant x<1 \\ 1/2+(x-1)/4 & 1\leqslant x<2 \\ 11/12 & 2\leqslant x<3 \\ 1 & 3\leqslant x \end{cases}$$

   (a) 计算 $P\{X=i\}$，$i=1,2,3$.

   (b) 求 $P\{1<X\leqslant 2\}$.

2. 随机变量 ξ 在区间 $[-\pi/2,\pi/2]$ 上均匀分布，求随机变量 $\eta=|\sin\xi|$ 的分布密度.

以下二选一.

3. 设随机变量 X,Y 相互独立，Y 为 $[0,1]$ 上的均匀分布，X 的概率分布为 $P(X=i)=1/3$，$i=-1,0,1$. 记 $Z=X+Y$.

   (a) $P(Z\leqslant 1/2\mid X=0)$.

   (b) 求 Z 的概率密度.

4. 假设 Z 是正随机变量，且有连续密度函数 $p(x)$. 给定 $X=x$ 的条件下，Y 是 $[0,x]$ 上的均匀分布. 证明：如果 Y 与 $X-Y$ 相互独立，那么

$$p(x)=a^2xe^{-ax}\quad x>0,\ a>0$$