2021 秋冬概率论 (H) 回忆卷

zjj 参考 cc98 手写版而制

1. 设 A, B, C 是 3 个随机事件。

(1) 设 A 与 B 相互独立 ,$P(A) = 0.3, P(B) = 0.6$, 求 $P(AB|A \cup B)$

(2)A、B、C 两两独立，$ABC = \emptyset$，$P(A) = P(B) = P(C)$，$P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$，求 $P(A)$

2. 奶茶有两种制作方式，先加奶后加茶，或先加茶后加奶。某人在品尝后判断其制作方式，判断正确的概率为 0.7。假设制作奶茶是先加奶的概率为 0.6。

(1) 求他认为是先加奶的概率。

(2) 另有一人，品尝后判断正确的概率为 0.8。品尝了同一杯奶茶后，2 人独立地都认为该奶茶是先加奶制成的。求奶茶确实是先加奶制成的概率。

3. 设 (ξ, η) 的联合分布列为

$\xi \backslash \eta$	0	1	2
0	a	b	b
1	b	a	b
2	b	b	a

(1) 求分布函数 $F(1, 1)$ 的值

(2) 令 $\zeta = \max\{\xi, \eta\}$，求 (ξ, ζ) 的联合分布列

(3) 若 ξ 与 η 不相关，求 a, b 的值

4. 随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立，且均服从参数为 1 的指数分布，设

$$Y_1 = \frac{X_1}{X_1 + X_2}, \quad Y_2 = \frac{X_1 + X_2}{X_1 + X_2 + X_3}, \quad Y_3 = X_1 + X_2 + X_3$$

(1) 求 (Y_1, Y_2, Y_3) 的联合分布密度函数

(2) 证明 Y_1, Y_2, Y_3 相互独立

5. 某人写好了 n 封信与 n 个信封，在黑暗中随机将 n 封信塞入了 n 个信封中，求放对的信封数 ξ 的数学期望与方差。

6. 设 ξ 与 η 相互独立，都服从标准正态分布，记

$$U = 2\xi + 3\eta, \quad V = 3\xi + 2\eta$$

求 $U + V$ 与 $U^2 + V^2$ 的相关系数。

7. 为了获得较高的利润，航空公司出售机票时会出售多于核载量的机票。某航班核载量为 200 个座位，每个购买机票的乘客有 10% 的概率选择不登机，如果要保证登机的乘客数不多于核载量的概率不少于 95%，那么求该航班最多可以出售的机票数。

8. 设 ξ_k 是一列相互独立的随机变量，满足参数为 k 的指数分布，记 $S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2 \xi_k$

求证：

$$\frac{S_n}{n(n+1)} \xrightarrow{P} \frac{1}{2}, \quad n \to \infty$$