数学分析（甲）II（H） 2020春夏学期期末考试（回忆版）

1. 描述$\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$在$I$上一致收敛的含义，并由此描述$\int_a^{+\infty}f(x,y)dy$在$I$上一致收敛的含义
2. (1).证明$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2nsin\frac{1}{n}}}$的敛散性\
   (2).求$u=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$在点$P_0(1,2,3)$处关于曲线$x=t$,$y=2t^2$,$z=3t^4$切线\方向的方向导数
3. (1).求夹在$z=\sqrt{x^2+y^2}$,$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$之间的体积
   (2).$\iint(x^2+y^2+z)^2ds$,曲线为$x^2+y^2+z^2=1$与$y=x$的交线
   (3).$\int_L\frac{xdy-ydx}{3x^2+4y^2}$环路积分,曲线为$(x-1)^2+y^2=2$
   (4).$\iint_S x^3dydz$,曲面为椭球面$x^2+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$的上半部分
4. 方程组$x-y+z=1$,$x+y+2z=1$
   (1).求$f(x,y,z)=|x|+|y|+|z|$的所有极小值点
   (2).求出极小值点中非零项最少（最稀疏）的点
5. $f(x,y)$在$[0,1]\times[0,1]$上有连续二阶偏导，$f(x,1)=f(1,y)=0$,求证:

   $\iint_D xyf_{xy}(x,y)dxdy=\iint_D f(x,y)dxdy$
6. 三角级数$\frac{a_9}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_ncosnx+b_nsinnx)$中$a_n$,$b_n$满足$|a_n|+|b_n|\leq\frac{M}{n^3}$(其中M为\常数)，求证该三角级数：(1).收敛

   (2).是Fourier级数

   (3),存在连续导数
7. $F(x,y)$在带状区域$x\in[a,b]$存在连续一阶偏导，$F_y(x,y)$有正值下界，证明:

   $F(x,y)=0$可唯一确定一个隐函数$y=f(x)$
8. (1).证明：$cos(\frac{\pi}{2}x^{\frac{1}{n}})\leq\frac{\pi}{n}(1-x),x\in[\frac{1}{2},1]$
   (2).证明：$\sum_{n=1}^{\infty}cos(\frac{\pi}{2}x^{\frac{1}{n}})\frac{x^n}{n^2}$在$[0,1]$上一致收敛